

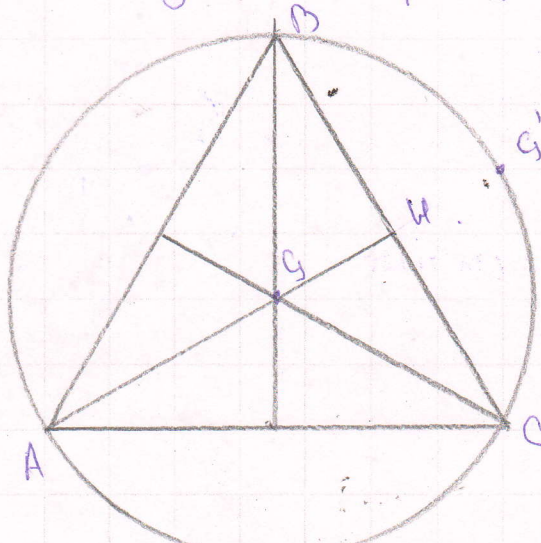
1. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$ болатындай барлық маңура a, b, c маңура.

$a = b = c$ болатын кездеі формақ маңура сәлдер шығады.

2. ABC үшбұрышының орталық нүктесі G центрі, медианалардың қиылысу нүктесі. G нүктесіне BC қабырғасына қараста AK шығатын нүкте ABC үшбұрышына сәттегі сызықтан шеңбердің ішінде маңураға белгілі $\frac{AG}{BC}$ қатынасын маңура.

Шешімі:

Берілген шартым шеңберінің үшбұрышының ішінде қарастырып болады, нүктесі ABC үшбұрышының тек шеңберінің ішінде орналасатынын білеміз.



$\triangle ABC$ - тең қабырғалы, демек медианалардың қиылысу нүктесі шеңбердің центрі болатынын білеміз және осы G нүктесінде медианалар $2:1$ қатынасында бөлінеді.

Үшбұрышының қабырғасын a деп белгілейік.

$$AK = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AG = AK \cdot \frac{2}{3}, \quad GK = AK \cdot \frac{1}{3}$$

$$AG = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{AG}{BC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{3a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$BC = a$$

Маңура: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. Кей-кейіп нақты a, b сандары үшін келесі теңсіздікті рәсімдеңіз:

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$$

$$(a^2 + 140ab + 4900b^2) + ab + 576b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$$

$$\underbrace{(a+70)^2 + (14b)^2}_{0\text{-ден үлкен}} + ab - 5a - 1364b + 512 \geq 0$$

4. $0, 1, \dots, 9$ цифрларымен жазылған (қайталануы мүмкін) бір катардан және бір бағаналық цифрлармен жазылған 5×5 теңбеліктен 3×3 таңбасын және оған тең сандық қатардан таңдау?

Цифрлар таңдау-дәлелденгендігі таңбасын таңдау үшін тек біреуі (5-ші қоса алғанда) цифрлармен жазылуы мүмкін. Алғашқы цифрлар қайталанбайтын нұсқаларда қарастырылсын:

1) Мүмкіндік бар варианттар: 1) $0, 1, 4$; 2) $0, 2, 3$ сандары іргелі. Бір санды мынамен 6 қолдануға мүмкіндік бар, мысалы: $014, 401, 104, 140, 410, 041$. $P = 3! = 6$.

Бұл сандардың тек бір біріне екіне келетін 5 -ін және бір біріне 6 қолдануға мүмкіндік бар, мысалы: $(014, 401, 140)$ және $(104, 410, 041)$.

Сандық бірліктермен $P = 3! = 6$ мүмкін орналастыруға болады. Бірақ бір санды мынамен $6 + 6 = 12$ таңбаны қолдануға болады.

$$12 \cdot 2 = 24 \text{ таңба}$$

2) Қайталанатын санды мыналар: 1) $0, 0, 5$; 2) $1, 2, 2$; 3) $3, 1, 1$.

Бір санды мыналарда бір санды 2 рет қайталанатындай болса, бір санды мыналар $C_5^2 = \frac{3!}{1!1!} = 3$ қолдануға мүмкіндік бар, бір санды мыналар $P = 3! = 6$ қолдануға мүмкіндік бар.

Мұндай сан шеңберінің саны - 3, және

$$6 \cdot 3 = 18$$

Малық тәжірді сана:

$$24 + 18 = 42$$

Маурады: 42 өріс.

N=1) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

1. Егер $(b,c)=(c,a)=(a,b)$ тек дөңгелек жағдайда $a=b=c$ дөңгелек.

Сонда $a=b=c$ кез келген шартпен сәйкес. $a=2=b=c$

$(b,c)=(c,a)=(a,b)=2$ дөңгелек. $2+2=2+2=2+2 \rightarrow 4=4=4$

2. $(b,c)-(c,a)=b-a$. Егер $(c,b) \neq (c,a)$ болса. Онда $a \neq b$. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

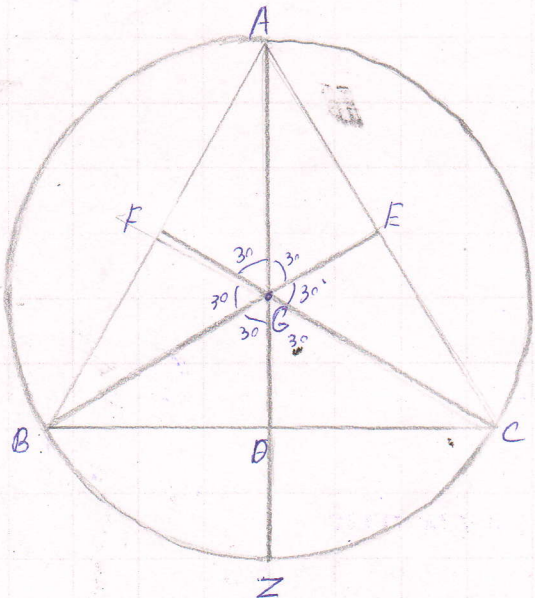
орындау үшін $c=b$ болу керек, және үшеуі де тақ, немесе шарт болу керек.

Оған қоса $a=c=b$ болуы мүмкін. n -көз келген шартпен сәйкес.

$a=2 \quad c=b=4 \quad 2+4=4+2=4+2 \rightarrow b=6=6$

$(b,c)=4 \quad (c,a)=(a,b)=2$

N=2)



Сонда тек квадраттың үш бұрышы $\triangle ABC$

$AC=BC=AB$. Оның медианалары бір-біріне тек.

$BG=CG, FG=EG$

$\triangle AFG = \triangle AEG = \triangle BFG = \triangle BGD = \triangle CDG = \triangle CEG$

$GD=ZD \quad AG=ZG$

В нүктесінде қиылысқан түзулер

үшбұрышқа бұрышы $\frac{180}{6} = 30^\circ$

30° бұрыштың қатет гипотенузасына

тең. Сонда $BD = \frac{BG}{2} = \frac{AG}{2}$

D нүктесі BC қабырғасының ортасы $BC = 2BD = 2 \cdot \frac{AG}{2} \quad BC = AG \quad \frac{AG}{BC} = 1$

$$3. a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 148ab - 7ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a + 74b)^2 - 7ab \geq 5a + 1364b - 512$$

$(a + 74b)^2 - 7ab$ квадрат дивиздықты теріс те, он сәтте қлқындр он сәтте шығарды.

Оған қоса квадраттыңын көрседі, он $5a + 1364b - 512$ квадрат жыл. Сондықтан теріс мәжі сәт қлқындр теріс сәт шығарды. Сондықтан:

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a - 1364b - 512$$

$$(a + 74b)^2 \geq 5a + 1364b$$

4. $0, 1, \dots, 9$ $-6, 7, 8, 9 > 5$ сандықтан он сандында есепке алынмайды.

Сәтте $0, 1, 2, 3, 4, 5$ сандық қалды.

$$\begin{array}{c} \square + \square + \square = 5 \\ + \\ \square + \square + \square = 5 \\ + \\ \square + \square + \square = 5 \\ \hline 5 \quad 5 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5+0+0=5 \\ 4+1+0=5 \\ 3+2+0=5 \\ 3+1+1=5 \\ 2+2+1=5 \end{array}$$

он сәтте шығарды он өздерік қалтық дивизды $5+0+0$ див қалтыққадык 36 әдіспен титтыруға дивизды. Сәтте $5 \cdot 36 = 180$

Егер екі дивизды қалтыққадык ма әртүрлі қалтыққадык ма сәтте 36 әдіс шығарды.

Мысалы:

$$\begin{array}{c} 5+0+0 \\ + \\ 0+2+3 \\ + \\ 0+3+2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5+1+1 \\ + \\ 3+2+2 \\ + \\ 2+2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5+0+0 \\ + \\ 0+4+1 \\ + \\ 0+1+4 \end{array}$$

$$6 \cdot 36 = 4 \cdot 36 = 144$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 311 & 221 \\ 014 & 230 \\ 230 & 104 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} 311 & 221 \\ 014 & 230 \\ 230 & 104 \end{array}} \right\} 2 \cdot 36 = 72$$

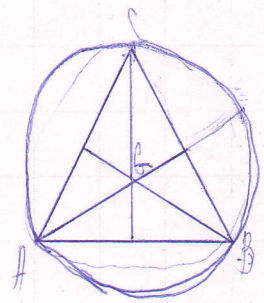
$$180 + 144 + 72 = 396$$

Жи 396 әдіспен титтырып шығаруға дивизды.

1. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$ болатындықтан барлық натурал a, b, c табығы. Бұл жағдай $(x, y) - x$ және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші $a = b = c$ болуы керек. Сонда ғана бұл теңдік орындалады. a, b, c сандары өзара тек бірінші жағдайда ұқсастығы бір бірлікке тең болады, және тек бірінші жағдайда.

2. ABC үшбұрышы берілсе және G - центрі, медианалардың қиылысу нүктесі болсын. G нүктесінде BC қабырғасына қатысты симметриялы нүкте $A'B'C'$ үшбұрышына сәйкестік құрылған шеңбердің бойында жататынын белгіле. $\frac{AG}{BC}$ қатынасын табыңыз.

Жоқ



3. Қаз келсе натурал a, b сандары үшін келсі теңсіздікті орындайды: $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Жоқ

4. $0, 1, \dots, 9$ цифрларын қайданғы, әр қатардағы және әр бағанның цифрларының қосындысы 5ке тең болатындықтан 3×3 тақтасына қанша әртүрлі тақтаны құрылуы болады? $5! = 120$.

023	320	023	401	005
212	212	230	950	050
	023	302	904	500
320	014	032	410	500
	131	320	140	050
205	410	333	005	005
050		014	104	050
302	104	140	050	500
	050	401	404	005
304	401	041	140	050
050		410	110	005
203		104	005	500
				131

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$$

$$a = 45 \quad b = 60 \quad c = 50$$

$$45 + 10 = 55$$

$$36 + 12 = 48$$

$$48 + 12 = 60$$

$$60 + 12 = 72$$

$$a = 36$$

$$b = 48$$

$$c = 60$$

$$a = 50$$

$$b = 45$$

$$c = 55$$

$$5a = 27$$

$$6b = 18$$

$$2c = 55$$

$$5,5$$

$$6,5$$

$$4,5$$

$$48$$

$$16$$

$$24$$

$$56$$

$$40$$

$$42$$

$$a(a-5) + x$$

$$\begin{array}{r} 51762 \\ 27 \\ \hline 38 \\ 98 \\ \hline 30436 \\ 144 \\ \hline 4344 \\ 46 \\ \hline 463 \\ 276 \\ \hline 184 \\ 214 \\ \hline 56 \\ 56 \end{array}$$

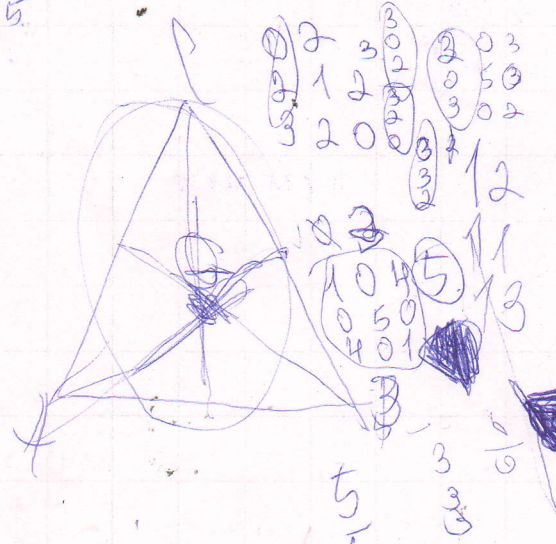
3	2	1	4
2	2	2	4
1	2	2	4
1	2	2	4
1	2	2	4
1	2	2	4

0	2	3
2	1	2
3	2	0

$$\begin{array}{r} 936 \\ 280 \\ \hline 3796 \end{array} \quad \begin{array}{r} 66 \\ 66 \\ \hline 3996 \end{array} \quad \begin{array}{r} 76 \\ 76 \\ \hline 456 \\ 512 \\ \hline 5576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 504 : 55 = 9 \\ 45 + 50 = 95 \\ 55 + 5 = 60 \\ 12 \\ 9 \\ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 10 \\ 16 \\ 12 \\ 14 \\ 18 \\ 18 \\ 18 \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 10 \\ 14 \\ 12 \\ 16 \\ 16 \\ 10 \\ 13 \\ 12 \\ 14 \end{array}$$


$$\begin{array}{r} 134 \\ 5456 \\ 16 \\ 16 \\ 96 \\ 15 \\ 256 \end{array}$$

$$a^2 + 121ab + 20ab + 552a^2 - 100b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$\begin{array}{r} 023 \\ 030 \\ 332 \end{array}$$