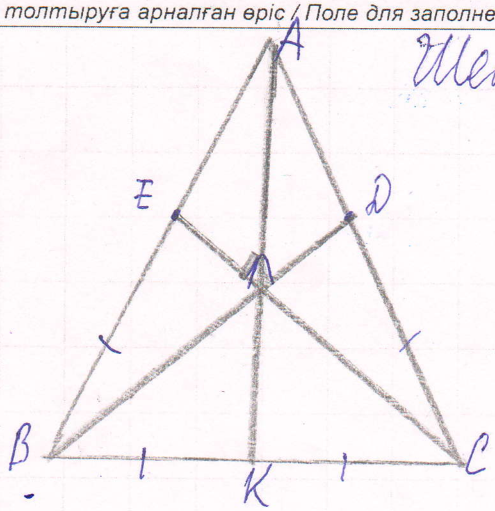
1. $EB = BK$

$CD = CK$



Шешуі: $\frac{BK}{AB} = \frac{CK}{AC} \Rightarrow BK \cdot AC = AB \cdot CK$

$BE = BK$

$CD = CK$

$\begin{cases} AK \perp BK \\ AK \perp KC \end{cases} \Rightarrow AK \perp BC \Rightarrow AB = AC$

$CE \perp BD$ - себебі

берілген EBCD төрт бұрышта диагональдар қиылысу нүктесінде 90° жасайды.

2. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

Табу керек - a, b, c, (x, y) - x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші

Шешуі:

$\begin{cases} b = c \\ c = a \\ a = b \end{cases} \Rightarrow a = b = c$

Мысалы:

$a = b = c = 7$

$7 + (7,7) = 7 + (7,7) = 7 + (7,7)$

$7 + 7 = 7 + 7 = 7 + 7$

Яғни шарады барлық нақты сандар болады.

3.

$a_1, a_2 \dots \dots a_{2022}$

$a_i < a_j$, $a_i + a_j$, $a_i \cdot a_j$, $|a_i - a_j|$

Шешуі:

жұп + жұп = жұп	жұп · жұп = жұп	жұп − жұп = жұп
тақ + тақ = жұп	тақ · тақ = тақ	жұп − тақ = тақ
жұп + тақ = тақ	жұп · тақ = жұп	тақ − тақ = жұп

=> Барлық жағдайдың $\frac{1}{3}$ ғана болғанда тақ сан болады, яғни бізде 2022 сан бар сондықтан. $\frac{2022}{1} \cdot \frac{1}{3} = 674$ сан тақ сан болады. Жауабы: 674

4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a = 2,\ b = 1,$

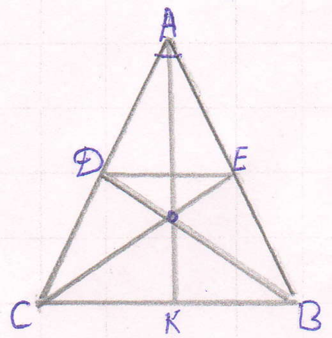
$4 + 282 + 5476 \geq 10 + 1364 - 512$

$5762 \geq 862$

Дәлелдеуі: $a^2 + ab + b^2 \geq a + b$

$(a+b)^2 \geq a + b$

1)



$EB = BK = CD = CK$

$AC = CD + AD$

$AB = AE + EB$

$AD = AE, CD = EB$

$CD + AD = AE + EB$

$AC = AB$

3) $a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$

2) $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$a = b = c$ кез-келген натурал сан n кез-келген жағдайда тең болады

Мысалы:

$n = 2$

$2 + (2, 2) = 2 + (2, 2) = 2 + (2, 2)$

$2 + 2 = 2 + 2 = 2 + 2$

$4 = 4 = 4$

4) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

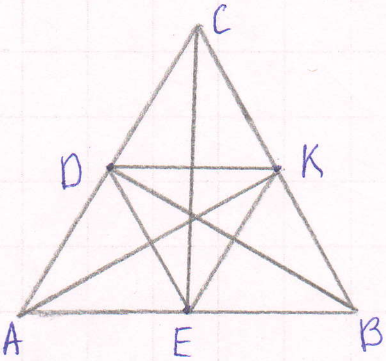
$a^2 + 148ab - 7ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$(a + 74b)^2 - 7ab \geq 5a + 1364b - 512$

$(a+74b)^2 - 7ab$ квадратты болғандықтан теріс те, оң сан болғанда, оң сан шығады және квадрат көбейеді. Ал $5a + 1364b - 512$ квадрат емес. теріс сан болғанда теріс сан шығады.

$(a + 74b)^2 > 5a + 1364b$

1.



$E \neq A$

$D \neq A$

$EB = BK$

$CD = CK$

$AB = AC$.

BD түзуі CE түзуіне тең, себебі BD және CD түзулері $\triangle ABC$-ның биссектрисасы болып табылады.

1) $AC = CD + AD$ → немесе $AC = \frac{CD}{2}$

$CB = CK + KB$

$CD = CK$

2) $AB = AE + AB$ → немесе $AB = \frac{EB}{2}$

$EB = BK$

Сонда, $BC = AC$

$AB = BC$

сәйкесінше, $\boxed{AC = AB}$

AC, AB, CB түзулерінің ортақ үшбұрыштары $\triangle DEK$ және $\triangle ABC$

2. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

(x, y) - x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші. Сонда, x, y орнында сәйкесінше b, c натурал сандары бола, $b = c$. Егер a, b, c барлығы натурал сандар болған жағдайда, олар өзара тең. $a = b = c$

Мысалы, $a = 1$, демек, $b = 1$, $c = 1$

Барлық натурал сандар a, b, c мәндерінің орнында бола алады.

3. $a_1, a_2 \ldots, a_{2022}$ - натурал сандар

барлығы тақ сандар $= 1011$ $\left(\frac{2022}{2} = 1011\right)$

$(i < j)$ $i =$ тақ сандар, $j =$ жұп сандар

$a_i + a_j = a_1 + a_2$

$a_i \cdot a_j = a_1 \cdot a_2$

$|a_i - a_j| = |a_1 - a_2| \neq \times$

$S_1 = a_i + a_j \div$

4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$\begin{cases} a^2 + 141ab + 5476b^2 = 0, \\ 5a + 1364b - 512 = 0, \end{cases}$ $\begin{cases} (a + 74b)^2 = 0 \\ 5a + 1364b - 512 = 0 \end{cases}$

1) $(a + 74b)^2 = 0$

$a + 74b = 0$

$a = -74b$

$a = -74 \cdot \frac{512}{994} =$

$= -\frac{18944}{994}$

2) $5a + 1364b - 512 = 0$

$5(-74b) + 1364b - 512 = 0$

$-370b + 1364b = 512$

$994b = 512$

$b = \frac{512}{994} = \frac{256}{497}$

немесе

$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 = 0$

$a(a - 5) + b(141a + 5476b - 1364) + 512 = 0$